

DEVOIR DE CONTROLE N°1
Discipline : Mathématiques

" L'attention des élèves est attirée , sur le fait que la qualité de la rédaction , la clarté et la précision des raisonnements entrent pour part importante dans l'appréciation des copies"

EXERCICE N°1 (5Points)

Pour chacune des questions suivantes une seule de trois réponses est exacte .Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie .Aucune justification n'est demandée

1) la forme algébrique de $(3+2i)^2$ est :

a) $-5+12i$; b) $5-12i$ c) $5+12i$

2) La forme exponentielle de $(-1-i\sqrt{3})$ est

a) $2e^{\frac{i4\pi}{3}}$ b) $2e^{\frac{i\pi}{3}}$ c) $2e^{\frac{2i\pi}{3}}$

3) le nombre complexe $\frac{1+i\sqrt{3}}{1+i}$ a pour argument

a) $\frac{\pi}{12}$, b) $\frac{\pi}{4}$, c) $\frac{\pi}{3}$

4) Pour tout réel $\theta \in [0, \pi[$, On pose $z = 1 + e^{i\theta}$

a) $z = \bar{z}$ b) $z = 2\cos(\frac{\theta}{2})e^{i\theta}$ c) $\arg(z) = \frac{\theta}{2} (2\pi)$

5) Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{u}, \vec{v})

Soient A et B les points d'affixes respectives $z_A = 2$ et $z_B = 3$;

L'affixe du point C tel que O A C B soit un rectangle est :

a) $z_C = 2-3i$; b) $z_C = 3-2i$; c) $z_C = 2+3i$

EXERCICE N°2 (4Points)

1) On considère le nombre $u = -4\sqrt{3} - 4i$

Déterminer le module et un argument de u

2) a- Résoudre dans \mathbb{C} l'équation : $z^2 = -4\sqrt{3} - 4i$

b- Ecrire les solutions sous forme exponentielle

3) On considère le nombre complexe $v = -(1 + i) + \sqrt{3}(1 - i)$

a- Calculer v^2

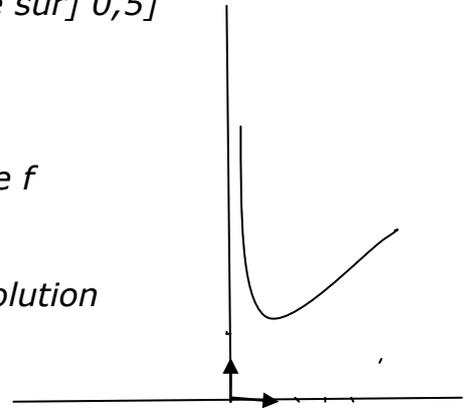
b- En déduire le module et un argument de v

EXERCICE N°3(3 points)

On a représenté ci-dessous la fonction f de finie sur $]0,5]$

Schéma

- 1) Justifier la continuité de f sur $]0,5]$
- 2) Déterminer graphiquement les variations de f
- 3) Déterminer $f([0,1])$ et $f([1,5])$
- 4) Déterminer graphiquement le nombre de solution de l'équation $f(x)=4$



EXERCICE N°4(4Points)

Soit f une fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = 2x - \sin x$

- 1) a - Montrer que pour tout x de \mathbb{R} , $2x - 1 \leq f(x) \leq 2x + 1$
b - Calculer alors limite de f en $-\infty$ et en $+\infty$
- 2) a - Etudier les variations de f
b - Montrer que l'équation $2x - \sin x = 4$ possède une solution unique x_0 dans $[1,3]$ puis vérifier que $2,2 < x_0 < 2,4$

EXERCICE N°5(4Points)

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin(\frac{1}{x^2}) - \frac{1}{2} & \text{si } x > 0 \\ \frac{x^2 - 1}{x^2 + 2} & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$

- 1) a- Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$. Interpréter graphiquement le résultat
b- Montrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \frac{1}{2}$
- 2) a- Montrer que pour tout $x > 0$, on a : $-x^2 - \frac{1}{2} \leq f(x) \leq x^2 - \frac{1}{2}$
b- En déduire que f est continue à droite en 0
c- f est elle continue en 0 ?